

## Chương 2 TỔ HỢP VÀ XÁC XUẤT

### §1 HAI QUY TẮC ĐẾM

#### A LÝ THUYẾT

**1 Quy tắc cộng** Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B. Có  $n$  cách thực hiện phương án A và  $m$  cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc đó có thể thực hiện bởi  $n + m$  cách.

**2 Quy tắc nhân** Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn A và B. Công đoạn A có thể làm theo  $n$  cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo  $m$  cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo  $nm$  cách.

#### B BÀI TẬP

- 2.1** a/ Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến ?  
b/ Một trường THPT được cử hai học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A và lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến ?
- 2.2** a/ Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện : ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn phương tiện để đi từ A tới B ?  
b/ Từ A đến B có 4 con đường để đi ; từ B đến C có 5 con đường để đi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đường đi từ A đến C (qua B) ?
- 2.3** a/ Hùng có hai đôi giày và ba đôi dép. Hỏi Hùng có bao nhiêu sự lựa chọn (một đôi giày hoặc một đôi dép để mang) ?  
b/ Hùng có 2 quần tây và 3 áo sơ mi. Hỏi Hùng có bao nhiêu cách để chọn một bộ quần áo ?
- 2.4** Một đội văn nghệ có 6 nam và 7 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn  
a/ Một đôi song ca nam – nữ ?  
b/ Một ban để biểu diễn đơn ca ?
- 2.5** Có ba kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và bốn kiểu dây (kim loại, da, vải, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây ?
- 2.6** Một lớp học có 26 học sinh nam và 19 học sinh nữ.  
a/ Lớp có bao nhiêu cách lựa chọn một bạn phụ trách quỹ lớp ?  
b/ Lớp có bao nhiêu cách lựa chọn một bạn nam và một bạn nữ phụ trách phong trào ?  
c/ Lớp có bao nhiêu cách lựa chọn một ban cán sự lớp gồm ba người : 1 lớp trưởng, 1 lớp phó phụ trách kỷ luật và một lớp phó phụ trách học tập với điều kiện lớp trưởng phải là một bạn nữ và lớp phó kỷ luật phải là một bạn nam ?
- 2.7** Trên giá sách có 9 quyển sách tiếng Việt (khác nhau), 5 quyển sách tiếng Hoa (khác nhau) và 16 quyển sách tiếng Anh (khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách chọn  
a/ Một quyển sách ?  
b/ Ba quyển sách với ba thứ tiếng khác nhau ?
- 2.8** Có 10 cặp vợ chồng dự tiệc. Tính số cách chọn ra một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc để phát biểu ý kiến, sao cho :  
a/ Hai người đó là một cặp vợ chồng ?  
b/ Hai người đó không là vợ chồng ?
- 2.9** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số của nó đều chẵn ?
- 2.10** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, có thể tạo nên bao nhiêu số tự nhiên  
a/ Có hai chữ số ?

b/ Có hai chữ số khác nhau ?

2. 11 Từ các chữ số 2, 3, 4, 6, 7, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100 ?
2. 12 Cho tập hợp  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Từ các phần tử của tập X có thể lập bao nhiêu số tự nhiên trong các trường hợp sau :
- a/.Số đó có 3 chữ số.
- b/ Số đó có 4 chữ số khác nhau từng đôi một.
- c/ Số đó là số chẵn và có 4 chữ số khác nhau từng đôi một.
2. 13 Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?
2. 14 Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 4, 5, 7 ?
2. 15 Cho A là một tập hợp có 5 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập hợp con ?

## §2 HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

### A LÝ THUYẾT

#### 1 Hoán vị

**Hoán vị** Cho một tập hợp A có n phần tử ( $n \geq 1$ ). Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập hợp A (gọi tắt là một hoán vị của A).

**Định lý** Số hoán vị của một tập hợp có n phần tử là

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)\dots 1$$

2 **Chỉnh hợp** Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với  $1 \leq k \leq n$ . Khi lấy ra k phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).

**Định lý** Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ( $1 \leq k \leq n$ ) là

$$A_n^k = n.(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$$

**Chú ý** Với quy ước  $0! = 1$  và  $A_n^0 = 1$  thì  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$  với  $0 \leq k \leq n$ .

3 **Tổ hợp** Cho tập hợp A có n phần tử và số nguyên k với  $1 \leq k \leq n$ . Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).

**Định lý** Gọi  $C_n^k$  là số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ( $1 \leq k \leq n$ ) thì

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}$$

**Chú ý** Với quy ước  $C_n^0 = 1$ , ta có  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  với mọi  $k \in \{0, 1, \dots, n\}$ .

#### 4 Hai tính chất cơ bản của số $C_n^k$

**Tính chất 1**  $C_n^k = C_n^{n-k}$

**Tính chất 2**  $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$

### B BÀI TẬP

2. 16 a/ Hãy liệt kê 5 hoán vị của tập hợp  $A = \{a ; b ; c ; d\}$ .  
b/ Hãy liệt kê 5 chỉnh hợp chập 3 của các phần tử  $\{a ; b ; c ; d\}$ .

c/ Hãy viết tất cả các tổ hợp chập 2 của tập hợp  $A = \{a; b; c, d\}$ .

**2. 17** Cho  $X = \{a, b, c, d, e\}$ . Có bao nhiêu hoán vị các phần tử của  $X$  mà phần tử cuối là  $a$ .

**2. 18** Cho  $X = \{a, b, c, d\}$

a/ Hãy lập tất cả các tập con của  $X$  có chứa phần tử  $a$ .

b/ Hãy lập tất cả các tập con của  $X$  không chứa phần tử  $a$ .

c/ Có bao nhiêu tập con thu được trong mỗi trường hợp.

**2. 19** Có tối đa bao nhiêu số máy điện thoại có 7 chữ số bắt đầu bằng số 8 sao cho:

a/ Các chữ số đôi một khác nhau.

b/ Các chữ số tùy ý.

**2. 20** a/ Có ba lọ hoa giống nhau và ba loại hoa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm hoa vào lọ (mỗi lọ cắm một loại hoa) ?

b/ Có ba lọ hoa khác nhau và ba loại hoa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm hoa vào lọ (mỗi lọ cắm một loại hoa) ?

**2. 21** a/ Có ba lọ hoa giống nhau và bảy loại hoa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ba loại hoa cắm hoa vào lọ (mỗi lọ cắm một loại hoa) ?

b/ Có ba lọ hoa khác nhau và bảy loại hoa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ba loại hoa cắm hoa vào lọ (mỗi lọ cắm một loại hoa) ?

**2. 22** a/ Có bao nhiêu cách chọn 3 người từ 10 người để thực hiện cùng một công việc ?

b/ Có bao nhiêu cách chọn 3 người từ 10 người để thực hiện ba công việc khác nhau ?

**2. 23** Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt.

a/ Có bao nhiêu vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm đã cho ?

b/ Có bao nhiêu đoạn thẳng có hai đầu mút thuộc về tập hợp điểm đã cho ?

**2. 24** a/ Một huấn luyện viên tổ chức cuộc thi bơi lội cho 15 vận động viên tranh tài để chọn ra 2 người thi đấu giải vô địch quốc gia, một người thi đấu chính thức và người kia dự bị. Hỏi huấn luyện viên đó có bao nhiêu sự lựa chọn ?

b/ Một huấn luyện viên tổ chức cuộc thi bơi lội cho 15 vận động viên tranh tài để chọn ra 2 người thi đấu giải vô địch quốc gia. Hỏi huấn luyện viên đó có bao nhiêu sự lựa chọn (cả hai đều thi đấu chính thức) ?

**2. 25** Một lớp học có 41 học sinh.

a/ Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn để trực nhật ?

b/ Có bao nhiêu cách chọn một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó và một bạn làm thư kí ?

**2. 26** Ban chấp hành đoàn trường gồm 7 người, cần chọn 3 người vào ban thường vụ.

a/ Nếu không có sự phân biệt về chức vụ trong ban thường vụ thì có mấy lựa chọn ?

b/ Nếu cần chọn 3 người vào ban thường vụ với các chức vụ Bí thư, Phó Bí thư và Ủy viên thường vụ thì có bao nhiêu cách chọn ?

**2. 27** Trong một cuộc thi có 16 đội tham dự, giả sử rằng không có hai đội nào cùng điểm.

a/ Nếu kết quả cuộc thi là chọn ra ba đội có điểm cao nhất thì có bao nhiêu cách chọn ?

b/ Nếu kết quả cuộc thi là chọn ra các giải nhất, nhì, ba thì có bao nhiêu sự lựa chọn ?

**2. 28** Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên cần trình trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ để đá luân lưu 11 mét. Hỏi HLV có bao nhiêu sự lựa chọn ?

**2. 29** a/ Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau đôi một ?

b/ Từ các số 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau ?

- 2.30 a/ Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 người ngồi vào 5 ghế khác nhau (mỗi người một ghế) ?  
b/ Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 nam và 5 nữ thành 5 cặp để khiêu vũ ?
- 2.31 Cho 10 điểm nằm trên một đường tròn.  
a/ Có bao nhiêu đoạn thẳng mà hai đầu là hai trong số 10 điểm đã cho ?  
b/ Có bao nhiêu vectơ có gốc và ngọn trùng với hai trong số 10 điểm đã cho ?  
c/ Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là ba trong số 10 điểm đã cho ?
- 2.32 Một họ 12 đường thẳng song song cắt một họ khác gồm 9 đường thẳng song song (không song song với 12 đường ban đầu. Có bao nhiêu hình bình hành được tạo nên ?
- 2.33 Hình 18 cạnh đều có bao nhiêu đường chéo ?
- 2.34 Cho hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  song song nhau. Trên  $d_1$  lấy 5 điểm, trên  $d_2$  lấy 3 điểm. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm đã chọn ?
- 2.35 Trong một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh nam và 3 học sinh nữ để tham gia chiến dịch “Mùa hè xanh”. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn ?
- 2.36 Trên giá sách có 6 quyển sách toán, 7 quyển sách lí và 9 quyển sách hóa, các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 6 quyển sách, mỗi loại 2 quyển ?
- 2.37 Có 6 bì thư khác nhau và 5 con tem khác nhau. Lấy ra 3 bì thư và 3 con tem sau đó dán tem lên bì, mỗi bì 1 con tem. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy ?
- 2.38 Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Người ta cần chọn ra 5 em để tham gia đồng diễn thể dục, yêu cầu không có quá một em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?
- 2.39 Có 5 quyển sách toán khác nhau, 6 quyển sách văn khác nhau và 3 quyển sách lịch sử khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chúng lên một giá sách sao cho từng thể loại theo thể loại đó ?
- 2.40 Từ các số 1 và 2 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số mà số 1 có mặt đúng 3 lần ?
- 2.41 Từ các số 1, 2, 4, 6, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số sao cho số 1 xuất hiện đúng hai lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần ?
- 2.42 a/ Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau ?  
b/ Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?
- 2.43 Chuẩn bị cho ngày khai giảng cần chọn 7 bạn trong 50 bạn vào đội vệ sinh. Trong đó có 4 bạn nhỏ cò và 3 bạn sơn ghé.  
a/ Hỏi có bao nhiêu cách phân công.  
b/ Sử dụng câu a để chứng minh rằng  $C_7^3 \cdot C_{50}^7 = C_{50}^4 \cdot C_{46}^3$ .
- 2.44 Chứng minh rằng  $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$ , với mọi số nguyên dương n..
- 2.45 a/ Có bao nhiêu cách chia 5 nam và 5 nữ thành 5 cặp để khiêu vũ ?  
b/ Có bao nhiêu cách chia 10 người thành 5 cặp để chơi một trò chơi ?  
c/ Có bao nhiêu cách chia 4 người thành 2 cặp để chơi một trò chơi ?

### §3 NHỊ THỨC NEWTON

#### A LÝ THUYẾT

##### Công thức nhị thức Newton

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k\end{aligned}\quad (*)$$

Quy ước  $a^0 = 1$

##### Nhận xét

- Số hạng tổng quát trong khai triển là  $C_n^k a^{n-k} b^k$  ;
- Trong cùng một số hạng, số mũ của a và b có tổng bằng n ;
- Trong khai triển (\*) có n + 1 số hạng ;
- Trường hợp đặc biệt,

$$\begin{aligned}(1+x)^n &= C_n^0 + C_n^1 x + \dots + C_n^k x^k + \dots + C_n^n x^n \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k x^k\end{aligned}$$

#### B BÀI TẬP

2.46 Viết khai triển

a/  $(2+3x)^3$  ;

b/  $(1-2x)^5$  ;

c/  $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^5$  ;

d/  $\left(4x - \frac{1}{x^3}\right)^4$  .

2.47 Tìm hệ số của  $x^4 y^9$  trong khai triển  $(2x-y)^{13}$  .

2.48 a/ Tìm hệ số của  $x^8$  trong khai triển  $(3x+2)^{10}$  .

b/ Tìm hệ số của  $x^6$  trong khai triển  $(2-x)^9$  .

c/ Khai triển  $(2x+1)^4 + (3+x)^5$  thành đa thức.

d/ Trong khai triển của  $(1-2x)^8 + (1+3x)^{10}$  , hãy tính hệ số của  $x^3$  .

e/ Hãy xác định số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển  $(x+1)^9 + (x+2)^8 + (x+3)^7 + (x+4)^6$  .

2.49 Xét khai triển của  $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{15}$  .

a/ Tìm số hạng thứ 7 trong khai triển (viết theo chiều số mũ của x giảm dần).

b/ Tìm số hạng không chứa x trong khai triển.

2.50 Giả sử khai triển  $(1-2x)^{15}$  có  $(1-2x)^{15} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{15} x^{15}$  .

a/ Tính  $a_9$  .

b/ Tính  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{15}$  .

c/ Tính  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15}$  .

2.51 a/ Biết rằng hệ số của  $x^2$  trong khai triển của  $(1-3x)^n$  bằng 90. Tìm n.

b/ Trong khai triển của  $(x-1)^n$ , hệ số của  $x^{n-2}$  bằng 45. Tính n.

2. 52 Trong khai triển của  $(1+ax)^n$  ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là  $24x$ , số hạng thứ ba là  $252x^2$ . Hãy tìm a và n.

2. 53 Cho n là một số nguyên dương, chứng minh các đẳng thức sau :

a/  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$  ;

b/  $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = C_n^1 + C_n^3 + \dots = 2^{n-1}$  (với  $n \geq 4$ ) ;

c/  $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$  ;

d/  $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 4^n$

## §4 BIẾN CỐ VÀ XÁC XUẤT CỦA BIẾN CỐ

### A LÝ THUYẾT

#### 1 Phép thử và không gian mẫu

**Định nghĩa** Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay hành động mà

:

- Kết quả của nó không đoán trước được ;
- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Phép thử thường được kí hiệu bởi chữ T.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử gọi là không gian mẫu của phép thử và được kí hiệu là  $\Omega$ .

#### 2 Biến cố

- Biến cố là một tập con của không gian mẫu.
- Mỗi phần tử của biến cố A được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.
- Trong một phép thử, nếu kết quả của phép thử là một kết quả thuận lợi cho A thì ta nói Biến cố A xảy ra.
- Biến cố  $\bar{A} = \Omega \setminus A$  được gọi là biến cố đối của biến cố A.
- Biến cố  $\Omega$  là biến cố chắc chắn, biến cố  $\emptyset$  là biến cố không thể xảy ra.

#### 3 Định nghĩa cổ điển về xác suất của biến cố

**Định nghĩa** Trong một phép thử T có không gian mẫu  $\Omega$  là một tập hợp hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Gọi  $n(\Omega)$  là số phần tử của không gian mẫu,  $n(A)$  là số phần tử của một biến cố A. Xác suất của biến cố A là một con số, kí hiệu là  $P(A)$ , được cho bởi công thức sau :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

**Nhận xét :**

$$0 \leq P(A) \leq 1 ;$$

$$P(\Omega) = 1 \text{ và } P(\emptyset) = 0 ;$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

### B BÀI TẬP

2. 54 Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử “giao một con súc sắc”.

2. 55 Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử “giao hai đồng xu phân biệt”.

- 2. 56** Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử “gieo ba đồng xu phân biệt”.
- 2. 57** Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử “gieo hai con súc sắc phân biệt”.
- 2. 58** Gieo hai con súc sắc khác nhau. Hãy viết liệt kê các biến cố sau :  
 Biến cố A : “Tổng số chấm trên hai con súc sắc bằng 5” ;  
 Biến cố B : “Mặt 6 chấm xuất hiện”.
- 2. 59** Gieo 1 đồng tiền có 2 mặt sấp, ngửa 2 lần  
 a/ Hãy mô tả không gian mẫu.  
 b/ Hãy xác định các biến cố sau :  
 A : “lần thứ 2 xuất hiện mặt ngửa.” ;  
 B : “Kết quả 2 lần khác nhau”.
- 2. 60** Tính xác suất để được :  
 a/ Số 6 khi thả hạt xí ngầu 1 lần.  
 b/ Tổng số 4 khi thả 2 lần hạt xí ngầu 1 lần  
 c/ Được 1 số chẵn khi thả 1 hạt xí ngầu 1 lần.  
 d/ Không được số 1 khi thả 1 hạt xí ngầu 1 lần.  
 e/ Được số lớn hơn 1 và nhỏ hơn 6 khi thả 1 hạt xí ngầu 1 lần.
- 2. 61** Một hộp có chứa những quả cầu bằng nhau về kích cỡ, trong đó có 4 quả mang số 1 ; 3 quả ghi số 2 và 1 quả ghi số 3. Lấy ngẫu nhiên 1 quả . Tính xác suất để:  
 a/ Lấy được quả cầu mang số 1.  
 b/ Lấy được quả cầu mang số 2.  
 c/ Lấy được quả cầu mang số 3
- 2. 62** Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 2 bi đỏ và bi vàng lấy ngẫu nhiên 2 bi.  
 a/ Mô tả không gian mẫu.  
 b/ Xác định các biến cố sau :  
 A : “2 bi được lấy ra có cùng màu” ;  
 B : “2 bi được lấy ra khác màu”.  
 c/ Tính  $P(A)$ ,  $P(B)$ .
- 2. 63** Gieo hai con súc sắc khác nhau. Tính xác suất của các biến cố sau :  
 A : “Số chấm của hai con súc sắc bằng nhau” ;  
 B : “Tổng số chấm trên hai con súc sắc bằng 8”  
 C : “Số chấm trên hai con súc sắc khác nhau”.
- 2. 64** Một hộp kín đựng 12 viên bi (chỉ khác nhau về màu) gồm 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ trong hộp. Tính xác suất để được 1 bi đỏ và 2 bi xanh.
- 2. 65** Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên hai em. Tính xác suất để hai em đó khác phái.
- 2. 66** Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1kg, 2kg, 3kg, 4kg, 5kg, 6kg, 7kg, 8kg. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân trong số đó. Tính xác suất để 3 quả cân được chọn có trọng lượng không vượt quá 9kg.
- 2. 67** Chiếc kim của bánh xe trong trò chơi “Chiếc nón kỳ diệu” có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay chiếc kim dừng lại ở 3 vị trí khác nhau.
- 2. 68** Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra đó có không quá một phế phẩm.

## §5 CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC XUẤT

### A LÝ THUYẾT

#### 1 Quy tắc cộng xác suất

**Biến cố hợp** Cho hai biến cố A và B. Biến cố  $A \cup B$  được gọi là hợp của hai biến cố A và B. Biến cố  $A \cup B$  có nghĩa là “A hoặc B xảy ra”.

**Biến cố xung khắc** Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu  $A \cap B = \emptyset$ .

Đối với hai biến cố xung khắc, nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

**Định lý** Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

#### 2 Quy tắc nhân xác suất

**Biến cố giao** Cho hai biến cố A và B. Biến cố “cả A và B cùng xảy ra”, kí hiệu là AB, được gọi là giao của hai biến cố A và B.

**Biến cố độc lập** Hai biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

**Định lý** Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì  $P(AB) = P(A)P(B)$ .

### B BÀI TẬP

- 2. 69** Một cái bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu vàng. Lấy ra 3 quả cầu từ bình. Tính xác suất để
- được đúng 2 quả cầu xanh ;
  - được đủ hai màu ;
  - được ít nhất 2 quả cầu xanh..
- 2. 70** Có hai hộp đựng các viên bi. Hộp thứ nhất đựng 2 bi đen, 3 bi trắng. Hộp thứ hai đựng 4 bi đen, 5 bi trắng.
- Lấy mỗi hộp 1 viên bi. Tính xác suất để được 2 bi trắng.
  - Dồn bi trong hai hộp vào một hộp rồi lấy ra 2 bi. Tính xác suất để được 2 bi trắng.
- 2. 71** Một hộp bóng đèn có 12 bóng, trong đó có đúng 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để được
- 3 bóng tốt ;
  - 2 bóng tốt ;
  - ít nhất 1 bóng tốt.
- 2. 72** Gieo hai con súc sắc phân biệt. Tính xác suất để
- Tích số chấm trên hai mặt là một số lẻ ;
  - Tích số chấm trên hai mặt là một số chẵn.
- 2. 73** Một hộp có 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên ra hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau.
- Tính xác suất để số nhận được là một số lẻ.
  - Tính xác suất để số nhận được là một số chẵn.
- 2. 74** Một lớp có 30 học sinh, gồm 8 học sinh giỏi, 15 học sinh khá và 7 học sinh trung bình. Chọn ngẫu nhiên 3 em để dự đại hội. Tính xác suất để
- 3 học sinh được chọn đều là học sinh giỏi ;
  - có ít nhất một học sinh giỏi ;
  - không có học sinh trung bình.



## BÀI TẬP LÀM THÊM

### HOÁN VỊ – CHÍNH HỢP – TỔ HỢP

2. 75 Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Người ta cần chọn ra 5 em xếp thành một hàng ngang để nhận giải thưởng, yêu cầu phải có cả 3 em nữ trong hàng. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp ?
2. 76 Thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình và 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập nên bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong đề phải có đủ ba loại câu hỏi (khó, dễ, trung bình) và số câu dễ không ít hơn 2 ?
2. 77 Có 4 nhà Toán học nam, 2 nhà Toán học nữ, 3 nhà Vật lý học nam và 3 nhà Vật lý học nữ. Có bao nhiêu cách lập một đoàn dự hội nghị gồm 2 nam và 2 nữ, có cả Toán lẫn Lý ?
2. 78 Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ ngồi vào một dãy ghế có 8 ghế sao cho :
- a/ Nam ngồi một bên, nữ ngồi một bên ?
- b/ Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau ?
- c/ Các bạn nữ phải ngồi gần nhau ?
2. 79 Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ ngồi lên hai dãy ghế đó sao cho
- a/ Nam ngồi một dãy và nữ ngồi một dãy ?
- b/ Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau và hai người đối diện nhau phải khác phái ?
- c/ Hai người đối diện nhau phải khác phái ?
2. 80 Có bao nhiêu cách chia 10 cái bánh cho 3 em nhỏ sao cho em nào cũng có phần ?
2. 81 Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ ba tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ ?
2. 82 Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau ? Hãy tính tổng tất cả các số tự nhiên đó.
2. 83 Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số  $\overline{abc}$  thỏa  $a > b > c$  ?
2. 84 a/ Tìm số nguyên dương  $n$  thỏa mãn đẳng thức  $2P_n + 6A_n^2 - P_n A_n^2 = 12$ .
- b/ Xác định các số nguyên dương  $x \geq y$  sao cho 
$$\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y - 2C_x^y = 80. \end{cases}$$
2. 85 Chứng minh rằng:
- a/  $C_m^n = \frac{m}{n} C_{m-1}^{n-1}$  ;
- b/  $C_{n+k}^k \cdot C_n^m = C_{n+k}^{m+k} \cdot C_{m+k}^k$  ;
- c/  $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$ .
2. 86 Giải phương trình
- a/  $3A_n^2 + 42 = A_{2n}^2$  ;
- b/  $120 \cdot A_{n-1}^{n-3} = \frac{(n+2)!}{2!}$  ;
- c/  $A_n^3 + C_n^{2n-2} = 14n$ .
2. 87 Giải bất phương trình  $\frac{A_{n+4}^4}{(n+2)!} < \frac{15}{(n-1)!}$ .

### NHỊ THỨC NEWTON

2. 88 Trong khai triển biểu thức  $P(x) = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + x^2 \right)^{20}$ .
- a/ Tìm số hạng không chứa  $x$ .
- b/ Tìm số hạng chứa  $x^{10}$ .
2. 89 Biết rằng hệ số của  $x^{n-2}$  trong khai triển  $\left( x - \frac{1}{4} \right)^n$  bằng 31 hãy tìm  $n$ .

2. 90 Tìm hệ số của  $x^3$  trong khai triển  $(x+1)^2 + (x+1)^3 + (x+1)^4 + (1+x)^5$ .
2. 91 Cho đa thức  $P(x) = (x+1)^2 + (x+1)^3 + \dots + (x+1)^{14}$  có dạng khai triển là :
- $$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}.$$

Hãy tính  $a_9$ .

2. 92 Tìm số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển  $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$ .

2. 93 Chứng minh rằng :

$$a/ C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n ; \quad b/$$

$$C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^k C_n^k + \dots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

2. 94 Tính tổng tất cả các hệ số trong khai triển  $(3x-2)^{14}$  thành đa thức.

2. 95 Trong khai triển  $(x-2)^n$ , hệ số của  $x^{n-3}$  bằng -1760. Hãy tìm n.

2. 96 Biết rằng  $C_{n+4}^3 - C_{n+3}^3 = 7(n+3)$ , tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển của  $\left(\frac{1}{x^3} + 2x^2\right)^n$ .

2. 97 a/ Cho khai triển  $(x^2 + 1)^6 (x+1)^7$ . Hãy tìm hệ số của  $x^{16}$ .

$$b/ \text{Tìm hệ số của } x^3 \text{ trong khai triển của } (1-x+x^2)^7.$$

## XÁC SUẤT

2. 98 Gieo đồng thời bốn đồng xu cân đối. Tính xác suất để

a/ cả bốn đồng xu đều ngửa ;

b/ có đúng ba đồng xu lật ngửa ;

c/ có ít nhất hai đồng xu lật ngửa.

2. 99 Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau. Tính xác suất để được một số chẵn.

2. 100 Xếp ngẫu nhiên 5 chữ cái B, G, N, O, O. Tính xác suất để được chữ BOONG.

2. 101 Một hộp đựng 5 bi đỏ, 2 bi đen và 4 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi từ trong hộp.

a/ Tính xác suất để được 2 bi cùng màu.

b/ Tính xác suất để được 2 bi khác màu.

c/ Tính xác suất để được ít nhất một bi đỏ

2. 102 Một bình đựng 3 bi xanh và 5 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên một viên bi rồi lấy tiếp một viên bi nữa. Tính xác suất để lần thứ hai lấy được viên bi đỏ.

2. 103 Trong một buổi rút thăm trúng thưởng, có 10 lá thăm (chỉ có một thăm trúng thưởng) và 10 người lần lượt lên bốc mỗi người một thăm. Tính xác suất để người rút thứ hai trúng thưởng.

2. 104 Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ.

a/ Cần chọn một nhóm 4 người để trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau ?

b/ Tính xác suất để khi chọn ngẫu nhiên một nhóm 4 người ta được nhóm có đúng một nữ.

c/ Cần chia tổ đó ra thành 3 nhóm để thực hiện ba công việc khác nhau, mỗi nhóm 4 người. Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau ? Tính xác suất để mỗi nhóm có đúng 1 nữ

2. 105 Tỷ lệ sinh con gái trong mỗi ca sinh con là 0.486. Khảo sát ngẫu nhiên một gia đình có 2 con. Tính xác suất để gia đình này có con gái.

2. 106 Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất để các xạ thủ bắn trúng đích thứ tự là 0.9 và 0.8. Lấy ngẫu nhiên một xạ thủ ra bắn một viên đạn. Tính xác suất để viên đạn đó trúng đích.