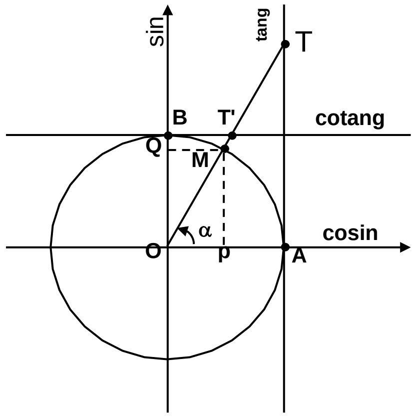
CHƯƠNG 1: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. HỆ THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa các giá trị lượng giác:

$$\overline{OP} = \cos\alpha$$
$$\overline{OQ} = \sin\alpha$$
$$\overline{AT} = \tan\alpha$$
$$\overline{BT'} = \cot\alpha$$



Nhận xét:

- $\forall\alpha,\ -1 \le \cos\alpha \le 1;\ -1 \le \sin\alpha \le 1$
- tanα xác định khi $\alpha \ne \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$
- cotα xác định khi $\alpha \ne k\pi, k \in Z$

2. Dấu của các giá trị lượng giác:

Cung phần tư / Giá trị lượng giác	I	II	II	IV
$\sin\alpha$	+	+	–	–
$\cos\alpha$	+	–	–	+
$\tan\alpha$	+	–	+	–
$\cot\alpha$	+	–	+	–

3. Hệ thức cơ bản:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$;   tanα.cotα = 1

$1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

4. Cung liên kết:

Cung đối nhau	Cung bù nhau	Cung phụ nhau
$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$	$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha$
$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$	$\cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\alpha$

Cung hơn kém π	**Cung hơn kém $\frac{\pi}{2}$**
$\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \cos\alpha$
$\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\sin\alpha$
$\tan(\pi+\alpha) = \tan\alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\cot\alpha$
$\cot(\pi+\alpha) = \cot\alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\tan\alpha$

5. Bảng giá trị lượng giác của các góc (cung) đặc biệt

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	180^0	270^0	360^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\|$	$-\sqrt{3}$	-1	0	$\|$	0
cot	$\|$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$\|$	0	$\|$

II. CÔNG THỨC CỘNG

<u>Công thức cộng</u>:

$$\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \sin b.\cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a.\cos b - \sin b.\cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a.\tan b}$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a.\tan b}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = \frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}, \quad \tan\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$$

III. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

1. <u>Công thức nhân đôi</u>:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha};\quad \cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha}$$

Công thức hạ bậc	Công thức nhân ba (*)
$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ $\tan^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$	$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ $\tan 3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$

2. **<u>Công thức biểu diễn *sina, cosa, tana* theo *t* = $\tan\frac{\alpha}{2}$</u> *:***

Đặt: $t = \tan\frac{\alpha}{2}\ (\alpha \neq \pi + 2k\pi)$ thì: $\boxed{\sin\alpha = \frac{2t}{1+t^2};\quad \cos\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2};\quad \tan\alpha = \frac{2t}{1-t^2}}$

IV. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI

1. **Công thức biến đổi tổng thành tích:**

$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$	$\tan a + \tan b = \frac{\sin(a+b)}{\cos a.\cos b}$
$\cos a - \cos b = -2\sin\frac{a+b}{2}.\sin\frac{a-b}{2}$	$\tan a - \tan b = \frac{\sin(a-b)}{\cos a.\cos b}$
$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$	$\cot a + \cot b = \frac{\sin(a+b)}{\sin a.\sin b}$
$\sin a - \sin b = 2\cos\frac{a+b}{2}.\sin\frac{a-b}{2}$	$\cot a - \cot b = \frac{\sin(b-a)}{\sin a.\sin b}$

$$\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}.\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}.\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$$

2. **Công thức biến đổi tích thành tổng:**

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a-b) + \cos(a+b)\right]$$

$$\sin a.\sin b = \frac{1}{2}\left[\cos(a-b) - \cos(a+b)\right]$$

$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\sin(a-b) + \sin(a+b)\right]$$

CHƯƠNG I

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Vấn đề 1: TẬP XÁC ĐỊNH, TẬP GIÁ TRỊ, TÍNH CHẴN – LẺ, CHU KỲ

1. $y = \sin x$: Tập xác định D = R; tập giá trị $T = [-1,\ 1]$; hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* y = sin(*ax* + *b*) có chu kỳ $T_0 = \dfrac{2\pi}{|a|}$

* y = sin(*f(x)*) xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

2. $y = \cos x$: Tập xác định D = R; Tập giá trị $T = [-1,\ 1]$; hàm chẵn, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* y = cos(*ax* + *b*) có chu kỳ $T_0 = \dfrac{2\pi}{|a|}$

* y = cos(*f(x)*) xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

3. $y = \tan x$: Tập xác định $D = R \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$; tập giá trị T = R, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* y = tan(*ax* + *b*) có chu kỳ $T_0 = \dfrac{\pi}{|a|}$

* y = tan(*f(x)*) xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$

4. $y = \cot x$: Tập xác định $D = R \setminus \{ k\pi, k \in Z \}$; tập giá trị T = R, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* y = cot(*ax* + *b*) có chu kỳ $T_0 = \dfrac{\pi}{|a|}$

* y = cot(*f(x)*) xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq k\pi \ (k \in Z)$.

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sin\left(\dfrac{2x}{x-1}\right)$ b) $y = \sqrt{\sin x}$ c) $y = \sqrt{2 - \sin x}$

d) $y = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ e) $y = \dfrac{1}{\sqrt{\sin x + 1}}$ f) $y = \tan\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$

g) $y = \cot\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ h) $y = \dfrac{\sin x}{\cos(x - \pi)}$ i) $y = \dfrac{1}{\tan x - 1}$

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a) $y = 2\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) + 1$ b) $y = 2\sqrt{\cos x + 1} - 3$ c) $y = \sqrt{\sin x}$

d) $y = 4\sin^2 x - 4\sin x + 3$ e) $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$ f) $y = \sin^4 x - 2\cos^2 x + 1$

g) y = sinx + cosx h) $y = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ i) $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + 3$

II. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

1. Phương trình sin$x$ = sinα

a) $\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$

b) $\left|\begin{array}{l} \sin x = a.\ \text{Điều kiện}: -1 \le a \le 1. \\ \sin x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z) \end{array}\right.$

c) $\sin u = -\sin v \Leftrightarrow \sin u = \sin(-v)$

d) $\sin u = \cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\sin u = -\cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(v - \frac{\pi}{2}\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in Z)$

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in Z)$ $\qquad$ $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in Z)$

$\sin x = \pm 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$

2. Phương trình cos$x$ = cosα

a) $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k2\pi \quad (k \in Z)$

b) $\left|\begin{array}{l} \cos x = a.\ \text{Điều kiện}: -1 \le a \le 1. \\ \cos x = a \Leftrightarrow x = \pm\arccos a + k2\pi \quad (k \in Z) \end{array}\right.$

c) $\cos u = -\cos v \Leftrightarrow \cos u = \cos(\pi - v)$

d) $\cos u = \sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\cos u = -\sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in Z)$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in Z)$ $\qquad$ $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad (k \in Z)$

$\cos x = \pm 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in Z)$

3. Phương trình tan$x$ = tanα

a) $\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \ (k \in Z)$

b) $\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi \ (k \in Z)$

c) $\tan u = -\tan v \Leftrightarrow \tan u = \tan(-v)$

d) $\tan u = \cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\tan u = -\cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in Z)$ $\tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in Z)$

4. Phương trình cotx = cotα

$\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \ (k \in Z)$

$\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi \ (k \in Z)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$ $\cot x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in Z)$

5. Một số điều cần chú ý:

a) Khi giải phương trình có chứa các hàm số tang, cotang, có mẫu số hoặc chứa căn bậc chẵn, thì nhất thiết phải đặt điều kiện để phương trình xác định.

* Phương trình chứa tan$x$ thì điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$.

* Phương trình chứa cot$x$ thì điều kiện: $x \neq k\pi \ (k \in Z)$

* Phương trình chứa cả tan$x$ và cot$x$ thì điều kiện $x \neq k\frac{\pi}{2} \ (k \in Z)$

* Phương trình có mẫu số:

- $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \ (k \in Z)$
- $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$
- $\tan x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} \ (k \in Z)$
- $\cot x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} \ (k \in Z)$

b) Khi tìm được nghiệm phải kiểm tra điều kiện. Ta thường dùng một trong các cách sau để kiểm tra điều kiện:

1. Kiểm tra trực tiếp bằng cách thay giá trị của x vào biểu thức điều kiện.
2. Dùng đường tròn lượng giác.
3. Giải các phương trình vô định.

Bài 1. Giải các phương trình:

1) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ 2) $\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ 3) $\cos\left(\frac{\pi}{5} - x\right) = -1$

4) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ 5) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ 6) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) = -1$

7) $\sin(3x + 1) = \frac{1}{2}$ 8) $\cos(x - 15^0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 9) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

10) $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = -\frac{1}{2}$ 11) $\tan(2x - 1) = \sqrt{3}$ 12) $\cot(3x + 10^0) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

13) $\tan\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$ 14) $\cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ 15) $\cos(2x + 25^0) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bài 2. Giải các phương trình:

1) $\sin(3x+1)=\sin(x-2)$

2) $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

3) $\cos 3x=\sin 2x$

4) $\sin(x-120^0)+\cos 2x=0$

5) $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0$

6) $\sin 3x+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)=0$

7) $\tan\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=\tan\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

8) $\cot\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\cot\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

9) $\tan(2x+1)+\cot x=0$

10) $\cos(x^2+x)=0$

11) $\sin(x^2-2x)=0$

12) $\tan(x^2+2x+3)=\tan 2$

13) $\cot^2 x=1$

14) $\sin^2 x=\frac{1}{2}$

15) $|\cos x|=\frac{1}{2}$

16) $\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos^2 x$

II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$

2) $4\sin^2 x - 4\cos x - 1 = 0$

3) $4\cos^5 x.\sin x - 4\sin^5 x.\cos x = \sin^2 4x$

4) $\tan^2 x+\left(1-\sqrt{3}\right)\tan x-\sqrt{3}=0$

5) $4\sin^2 x-2\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x+\sqrt{3}=0$

6) $4\cos^3 x+3\sqrt{2}\sin 2x=8\cos x$

7) $\tan^2 x + \cot^2 x = 2$

8) $\cot^2 2x - 4\cot 2x + 3 = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

1) $4\sin^2 3x + 2\left(\sqrt{3}+1\right)\cos 3x-\sqrt{3} = 4$

2) $\cos 2x + 9\cos x + 5 = 0$

3) $4\cos^2(2 - 6x) + 16\cos^2(1 - 3x) = 13$

4) $\frac{1}{\cos^2 x}-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x-3+\sqrt{3}=0$

5) $\frac{3}{\cos x} + \tan^2 x = 9$

6) $9 - 13\cos x + \frac{4}{1+\tan^2 x} = 0$

7) $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3$

8) $\frac{1}{\cos^2 x} + 3\cot^2 x = 5$

9) $\cos 2x - 3\cos x = 4\cos^2\frac{x}{2}$

10) $2\cos 2x + \tan x = \frac{4}{5}$

Bài 3. Cho phương trình $\left(\sin x+\frac{\sin 3x+\cos 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\frac{3+\cos 2x}{5}$. Tìm các nghiệm của phương trình thuộc $\left(0\,;\,2\pi\right)$.

Bài 4. Cho phương trình : $\cos 5x.\cos x = \cos 4x.\cos 2x + 3\cos 2x + 1$. Tìm các nghiệm của phương trình thuộc $\left(-\pi;\,\pi\right)$.

Bài 5. Giải phương trình : $\sin^4 x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$.

III. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT THEO SINX VÀ COSX
DẠNG: a sin*x* + b cos*x* = c (1)

Cách 1:

- Chia hai vế phương trình cho $\sqrt{a^2+b^2}$ ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

- Đặt: $\sin\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\ \cos\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $\left(\alpha \in [0, 2\pi]\right)$

phương trình trở thành: $\sin\alpha.\sin x + \cos\alpha.\cos x = \dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$$\Leftrightarrow \cos(x-\alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\beta \quad (2)$$

- Điều kiện để phương trình có nghiệm là:

$$\left|\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| \le 1 \Leftrightarrow a^2+b^2 \ge c^2.$$

- $(2) \Leftrightarrow x = \alpha \pm \beta + k2\pi \quad (k \in Z)$

Cách 2:

a) Xét $x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow \dfrac{x}{2} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ có là nghiệm hay không?

b) Xét $x \ne \pi + k2\pi \Leftrightarrow \cos\dfrac{x}{2} \ne 0.$

Đặt: $t = \tan\dfrac{x}{2},\ thay\ \sin x = \dfrac{2t}{1+t^2},\ \cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, ta được phương trình bậc hai theo t:

$$(b+c)t^2 - 2at + c - b = 0 \quad (3)$$

Vì $x \ne \pi + k2\pi \Leftrightarrow b + c \ne 0,$ nên (3) có nghiệm khi:

$$\Delta' = a^2 - (c^2 - b^2) \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge c^2.$$

Giải (3), với mỗi nghiệm t_0, ta có phương trình: $\tan\dfrac{x}{2} = t_0.$

Ghi chú:

1) Cách 2 thường dùng để giải và biện luận.
2) Cho dù cách 1 hay cách 2 thì điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2 + b^2 \ge c^2$.
3) Bất đẳng thức B.C.S:

$$|y| = |a.\sin x + b.\cos x| \le \sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow \min y = -\sqrt{a^2+b^2}\ \text{và}\ \max y = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow \frac{\sin x}{a} = \frac{\cos x}{b} \Leftrightarrow \tan x = \frac{a}{b}$$

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2}$ 2) $\sin x + \cos x = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ 3) $\sqrt{3}\cos 3x + \sin 3x = \sqrt{2}$

4) $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin 5x$ 5) $(\sqrt{3}-1)\sin x-(\sqrt{3}+1)\cos x+\sqrt{3}-1=0$

6) $\sqrt{3}\sin 2x+\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=1$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

1) $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3$ 2) $\sin 8x-\cos 6x=\sqrt{3}(\sin 6x+\cos 8x)$

3) $8\cos x=\frac{\sqrt{3}}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}$ 4) $\cos x-\sqrt{3}\sin x=2\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$

5) $\sin 5x+\cos 5x=\sqrt{2}\cos 13x$ 6) $(3\cos x-4\sin x-6)^2+2=-3(3\cos x-4\sin x-6)$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

1) $3\sin x-2\cos x=2$ 2) $\sqrt{3}\cos x+4\sin x-\sqrt{3}=0$

3) $\cos x+4\sin x=-1$ 4) $2\sin x-5\cos x=5$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

1) $2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 2) $\sqrt{3}\cos 2x+\sin 2x+2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=2\sqrt{2}$

Bài 5. Tìm m để phương trình: $(m+2)\sin x+m\cos x=2$ có nghiệm .

Bài 6. Tìm m để phương trình: $(2m-1)\sin x+(m-1)\cos x=m-3$ vô nghiệm.

IV. PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI

DẠNG: a $\sin^2 x$ + b $\sin x.\cos x$ + c $\cos^2 x$ = d (1)

Cách 1:

- Kiểm tra cosx = 0 có thoả mãn (1) hay không?

  Lưu ý: cosx = 0 $\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow \sin^2 x=1 \Leftrightarrow \sin x=\pm 1$.

- Khi $\cos x\neq 0$, chia hai vế phương trình (1) cho $\cos^2 x\neq 0$ ta được:

  $$a.\tan^2 x+b.\tan x+c=d(1+\tan^2 x)$$

- Đặt: t = tan$x$, đưa về phương trình bậc hai theo t:

  $$(a-d)t^2+b.t+c-d=0$$

Cách 2: Dùng công thức hạ bậc

(1) $\Leftrightarrow a.\frac{1-\cos 2x}{2}+b.\frac{\sin 2x}{2}+c.\frac{1+\cos 2x}{2}=d$

$\Leftrightarrow b.\sin 2x+(c-a).\cos 2x=2d-a-c$ (đây là PT bậc nhất đối với sin2x và cos2x)

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $2\sin^2 x+(1-\sqrt{3})\sin x.\cos x+(1-\sqrt{3})\cos^2 x=1$

2) $3\sin^2 x+8\sin x.\cos x+(8\sqrt{3}-9)\cos^2 x=0$

3) $4\sin^2 x+3\sqrt{3}\sin x.\cos x-2\cos^2 x=4$

4) $\sin^2 x+\sin 2x-2\cos^2 x=\frac{1}{2}$

5) $2\sin^2 x\left(3+\sqrt{3}\right)\sin x.\cos x+\left(\sqrt{3}-1\right)\cos^2 x=-1$

6) $5\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x.\cos x+3\cos^2 x=2$

7) $3\sin^2 x+8\sin x.\cos x+4\cos^2 x=0$

8) $\left(\sqrt{2-1}\right)\sin^2 x+\sin 2x+\left(\sqrt{2}+1\right)\cos^2 x=\sqrt{2}$

9) $\left(\sqrt{3}+1\right)\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x.\cos x+\left(\sqrt{3}-1\right)\cos^2 x=0$

10) $3\cos^4 x-4\sin^2 x\cos^2 x+\sin^4 x=0$

11) $\cos^2 x + 3\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x.\cos x - 1 = 0$

12) $2\cos^2 x - 3\sin x.\cos x + \sin^2 x = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

1) $\sin^3 x+2\sin x.\cos^2 x-3\cos^3 x=0$

2) $\sqrt{3}\sin x.\cos x-\sin^2 x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

3) $\sin^3 x-5\sin^2 x.\cos x-3\sin x.\cos^2 x+3\cos^3 x=0$

Bài 3. Tìm m để phương trình: $\left(m+1\right)\sin^2 x-\sin 2x+2\cos^2 x=1$ có nghiệm.

Bài 4. Tìm m để phương trình: $(3m - 2)\sin^2 x - (5m - 2)\sin 2x + 3(2m + 1)\cos^2 x = 0$ vô nghiệm .

V. PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG

<u>Dạng 1</u>: a.(sin*x* ± cos*x*) + b.sin*x*.cos*x* + c = 0

- Đặt: $t=\cos x \pm \sin x=\sqrt{2}.\cos\left(x\mp\dfrac{\pi}{4}\right);\ |t|\le\sqrt{2}.$

  $\Rightarrow t^2=1\pm 2\sin x.\cos x \Rightarrow \sin x.\cos x=\pm\dfrac{1}{2}(t^2-1).$

- Thay vào phương trình đã cho, ta được phương trình bậc hai theo t. Giải phương trình này tìm t thỏa $|t|\le\sqrt{2}.$ Suy ra x.

Lưu ý dấu:

- $\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$
- $\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$

<u>Dạng 2</u>: a.|sinx ± cosx| + b.sinx.cosx + c = 0

- Đặt: $t=\left|\cos x\pm\sin x\right|=\sqrt{2}.\left|\cos\left(x\mp\dfrac{\pi}{4}\right)\right|;\ Đk: 0\le t\le\sqrt{2}.$

  $\Rightarrow \sin x.\cos x=\pm\dfrac{1}{2}(t^2-1).$

- Tương tự dạng trên. Khi tìm *x* cần lưu ý phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Bài 1. Giải các phương trình:

1) $2\sin 2x-3\sqrt{3}\left(\sin x+\cos x\right)+8=0$

2) $2\left(\sin x+\cos x\right)+3\sin 2x=2$

3) $3\left(\sin x+\cos x\right)+2\sin 2x=-3$

4) $\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sin x+\cos x\right)=\sin 2x$

5) $\sin x + \cos x - 4\sin x.\cos x - 1 = 0$ 6) $\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sin x+\cos x\right)-\sin 2x=1+\sqrt{2}$

Bài 2. Giải các phương trình:

1) $\sin 2x-4\left(\cos x-\sin x\right)=4$ 2) $5\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$

3) $\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sin x-\cos x\right)=\sin 2x$ 4) $\cos x - \sin x + 3\sin 2x - 1 = 0$

5) $\sin 2x + \sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=1$

6) $\left(\sin x-\cos x\right)^2-\left(\sqrt{2}+1\right)(\sin x-\cos x)+\sqrt{2}=0$

Bài 3. Giải các phương trình:

1) $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 + \left(\sqrt{2}-2\right)\sin x.\cos x$ 2) $2\sin 2x - 3\sqrt{6}\left|\sin x+\cos x\right|+8=0$

VI. PHƯƠNG TRÌNH DẠNG KHÁC

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $\sin^2 x = \sin^2 3x$ 2) $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$

3) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$ 4) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

1) $1 + 2\sin x.\cos x = \sin x + 2\cos x$ 2) $\sin x(\sin x - \cos x) - 1 = 0$

3) $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x$ 4) $\sin 2x = 1 + \sqrt{2}\cos x + \cos 2x$

5) $\sin x(1 + \cos x) = 1 + \cos x + \cos^2 x$ 6) $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + 1) = 3 - 4\cos^2 x$

7) $(\sin x - \sin 2x)(\sin x + \sin 2x) = \sin^2 3x$

8) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \sqrt{2}(\cos x + \cos 2x + \cos 3x)$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

1) $2\cos x.\cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$ 2) $2\sin x.\cos 2x + 1 + 2\cos 2x + \sin x = 0$

3) $3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2\sin x.\sin 2x$

4) $\cos 5x.\cos x = \cos 4x.\cos 2x + 3\cos^2 x + 1$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

1) $\sin x + \sin 3x + \sin 5x = 0$ 2) $\cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x$

3) $\cos 2x - \cos 8x + \cos 6x = 1$ 4) $\sin 7x + \cos^2 2x = \sin^2 2x + \sin x$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

1) $\cos x\cos 3x-\sin 2x\sin 6x-\sin 4x\sin 6x=0$

2) $\sin 4x\sin 5x+\sin 4x\sin 3x-\sin 2x\sin x=0$

3) $\cos x+\cos 3x+2\cos 5x=0$

4) $\cos 22x+3\cos 18x+3\cos 14x+\cos 10x=0$

5) $\sin 2x+\sin 4x=\sin 6x$

6) $\sin x+\sin 2x=\cos x+\cos 2x$

7) $2\cos 5x\cos 3x+\sin x=\cos 8x$

8) $\sin 2x+\left(1+2\cos 3x\right)\sin x-2\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0$

9) $\sqrt{3}\cos 5x-2\sin 3x\cos 2x-\sin x=0$

10) $4\cos\frac{5x}{2}\cos\frac{3x}{2}+2\left(8\sin x-1\right)\cos x=5$

Chương 1 PHÉP BIẾN HÌNH TRONG MẶT PHẲNG

PHÉP TỊNH TIẾN VÀ PHÉP DỜI HÌNH

A LÝ THUYẾT

1 Định nghĩa phép tịnh tiến

Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{u}$ là một phép biến hình biến điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{u}$ thường được kí hiệu là T hoặc $T_{\vec{u}}$. Véctơ $\vec{u}$ được gọi là véctơ tịnh tiến.

$$M' = T_{\vec{u}}\left(M\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u}$$

2 Các tính chất của phép tịnh tiến

Định lý 1 Nếu phép tịnh tiến biến hai điểm M và N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì M'N' = MN.

Định lý 2 Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

Hệ quả Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng ; biến tia thành tia ; biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó ; biến tam giác thành tam giác bằng nó; biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính ; biến góc thành góc bằng nó.

3 Biểu thức tọa đổ của phép tịnh tiến

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{u}$. Biết tọa độ của $\vec{u}$ là (a ; b). Giả sử qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$, M(x ; y) biến thành M'(x' ; y'). Ta có

$$\overrightarrow{MM'} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

4 Phép dời hình

Định nghĩa Phép dời hình là phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Định lý Phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó ; biến đường thẳng thành đường thẳng ; biến tia thành tia ; biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó ; biến tam giác thành tam giác bằng nó ; biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính ; biến góc thành góc bằng nó.

B BÀI TẬP

1. 1 Cho hai điểm M(3 ; 1), N(-3 ; 2) và véctơ $\vec{v}(2;-3)$.

a/ Hãy xác định tọa độ ảnh của các điểm M và N qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

b/ Tịnh tiến đường thẳng MN theo véctơ $\vec{v}$, ta được đường thẳng d. Hãy viết phương trình của đường thẳng d.

1. 2 Hãy viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d : 2x – 3y + 1 = 0 qua phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}(2;1)$.

1. 3 Cho B(5 ; 3), C(-3 ; 4) và d : 2x + y – 8 = 0.

a/ Viết phương trình của d' = $T_{\overline{BC}}$ (d).

b/ Tìm m để $T_{\vec{v}}$,với $\vec{v}$(2, m), biến d thành chính nó.

1. 4 Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}(3;1)$ biến đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+2)^2=3$ thành đường tròn (C'). Hãy viết phương trình của đường tròn (C').

1. 5 Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{u}(2;-1)$ biến đường tròn $(C):x^2+y^2-2x-1=0$ thành đường tròn (C'). Hãy viết phương trình của (C').

1. 6 Hãy xác định tọa độ của điểm M trên trục hoành sao cho phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}(-2;3)$ biến điểm M thành một điểm trên trục tung.

1. 7 Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}$ biến điểm $M(3;-1)$ thành một điểm trên đường thẳng $\Delta: x+y-9=0$. Hãy xác định tọa độ véctơ $\vec{v}$, biết $|\vec{v}|=5$.

1. 8 Cho hai đường thẳng song song $d: 2x+3y+2=0$ và $d': 2x+3y-4=0$. Hãy xác định phép tịnh tiến biến đường thẳng d thành đường thẳng d' biết

a/ Véctơ tịnh tiến có giá là trục Ox ;

b/ Véctơ tịnh tiến là một véctơ pháp tuyến của d.

1. 9 Cho hai điểm A(-1 ; 1), B(1 ; 3) và đường tròn $(C):(x-4)^2+y^2=10$. Phép tịnh tiến theo một véctơ $\vec{v}$ biến A, B lần lượt thành A', B'. Biết A' và B' nằm trên (C). Viết phương trình đường thẳng A'B'.

PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC

Nhận xét Trong mặt phẳng Oxy

- Hai điểm $M(x;y)$ và $M'(x';y')$ đối xứng nhau qua trục Ox khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=-y \end{cases};$$

- Hai điểm $M\left(x;y\right)$ và $M'\left(x';y'\right)$ đối xứng nhau qua trục Oy khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}.$$

B BÀI TẬP

1. 10 Viết phương trình đường thẳng đối xứng với đường thẳng $l: 2x + 3y - 2 = 0$ qua trục hoành.

1. 11 Viết phương trình ảnh đối xứng của đường tròn $\left(C\right): x^2 + y^2 + 3x + 1 = 0$ qua trục tung.

PHÉP QUAY VÀ PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

A LÝ THUYẾT

1 Phép quay

Định nghĩa Trong mặt phẳng cho một điểm O cố định và một góc lượng giác φ không đổi. Phép biến hình biến điểm O thành điểm O, biến mỗi điểm M khác O thành M' sao cho OM = OM' và góc lượng giác $\left(OM, OM'\right) = \alpha$ được gọi là phép quay tâm O góc quay α. **Kí hiệu** $Q_{(O;\alpha)}$

Định lý Phép quay là một phép dời hình.

2 Phép đối xứng tâm

Định nghĩa Phép đối xứng tâm O là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' đối xứng với M qua O, có nghĩa là $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OM'} = \vec{0}$.

Phép đối xứng qua điểm O được kí hiệu là $Đ_O$, điểm O gọi là tâm đối xứng.

Phép đối xứng qua một điểm còn được gọi là phép đối xứng tâm.

Nhận xét Phép đối xứng tâm là một phép quay.

Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng Oxy, hai điểm $M\left(x;y\right)$ và $M'\left(x';y'\right)$ đối xứng nhau qua tâm $I\left(a;b\right)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + x' = 2a \\ y + y' = 2b \end{cases}.$$

Tâm đối xứng của một hình Điểm I được gọi là tâm đối xứng của hình H nếu phép đối xứng tâm I biến hình H thành chính nó.

B BÀI TẬP

1. 12 Cho M(3; 3), N(2 ; -5) và O là gốc tọa độ.

a/ Hãy xác định tọa độ ảnh của các điểm M và N qua phép đối xứng tâm $Đ_O$.

b/ Hãy xác định tọa độ ảnh của điểm N qua phép đối xứng tâm $Đ_N$.

1. 13 a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phép quay tâm O góc quay $90°$ biến điểm $M(-1;2)$ thành điểm M'. Tìm tọa độ điểm M'

b) Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $B(-3;6)$. Tìm toạ độ điểm E sao cho B là ảnh của E qua phép quay tâm O góc quay (-90^0).

c) Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O;-\frac{\pi}{2})}$.

d) Cho tam giác đều ABC. Hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành điểm C.

PHÉP VỊ TỰ

A LÝ THUYẾT

1 Định nghĩa Cho một điểm O cố định và một số k không đổi, $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M’ sao cho $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k. Kí hiệu là V hoặc $V_{(O,k)}$.

2 Tính chất

Định lý 1 Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M và N lần lượt thành hai điểm M’ và N’ thì $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{M'N'}$ và $M'N' = |k|.MN$.

Định lý 2 Phép vị tự biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm thẳng hàng đó.

Hệ quả Phép vị tự tỉ số k biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đó ; biến tia thành tia ; biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với $|k|$; biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tỉ số đồng dạng là $|k|$; biến góc thành góc bằng nó ; biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|.R$.

B BÀI TẬP

1. 14 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy thiết lập biểu thức tọa độ của phép vị tự tâm O tỉ số k.

1. 15 Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + y = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số -2 biến đường tròn (C) thành đường tròn (C'). Hãy viết phương trình của (C').

1. 16 Cho (d) : 2x + 3y – 5 = 0 , $\vec{u}$ (-3 ; 7).

a/ Viết phương trình của d’ = $T_{\vec{u}}$ (d).

b/ Cho A(2; 9). Tìm tọa độ A’ = $Đ_d$(A).

c/ Cho (C) : $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$. Viết phương trình (C') = $V_{(A; -2)}$ (C).

1. 17 Cho A(-2; 1), B(5 ; 4). Tìm phép vị tự biến đường tròn (A ; R= 3) thành đường tròn (B ; R = 9).

BÀI TẬP LÀM THÊM

PHÉP TỊNH TIẾN

1. 18 Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}(0;2)$ biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ'. Biết rằng $\Delta': x-2y+3=0$. Hãy viết phương trình của đường thẳng Δ.

1. 19 Cho hai véctơ $\vec{u}(1;-1)$, $\vec{v}(-2;3)$ và đường thẳng $\Delta: 2x+y+1=0$. Gọi Δ' là ảnh của Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ và Δ'' là ảnh của Δ' qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$. Hãy viết phương trình của Δ''.

1. 20 Hãy xác định tọa độ của điểm M trên trục tung sao cho phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{u}(4;2)$ biến điểm M thành một điểm trên trục hoành.

1. 21 Phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}$ biến điểm $M(2;1)$ thành một điểm trên đường thẳng $d: 3x+y-1=0$. Hãy xác định tọa độ véctơ $\vec{v}$, biết $|\vec{v}|=2$.

1. 22 Cho d : 2x – 5y +4 = 0. Hãy xác định véctơ $\vec{v}$ có giá song song với Ox biết rằng trong phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$, đường thẳng d có ảnh là một đường thẳng qua gốc tọa độ O.

1. 23 Cho đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x-8y=0$ và (C) là đường tròn qua điểm A(-3 ; -1), có tâm $I(-4;-4)$. Hãy xác định tọa độ điểm M trên (C) và điểm N trên (C_1) sao cho $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{IA}$.

PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM – PHÉP QUAY – PHÉP VỊ TỰ

1. 24 Cho A(2 ; -3), B(-2 , 1), d : 3x – 2y – 1 = 0 và (C) : $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của

a/ B qua $Đ_A$.

b Đường thẳng d qua $Đ_{Ox}$.

c/ Đường tròn (C) qua $T_{\overrightarrow{AB}}$.

d/ Đường tròn (T) dường kính AB qua $V_{(0;-2)}$.

1. 25 Cho (C) : $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$.

a/ Viết phương trình (C') = $V_{(O;3)}\left[(C)\right]$.

b/ Tìm tọa độ tâm vị tự trong của (C) và (C')